2024年成人高等学校招生全国统一考试高起点

数学(文史财经类)

本试卷分第 Ⅰ 卷(选择题)和第 Ⅱ 卷(非选择题)两部分. 满分 150 分. 考试时间 120 分钟.

题　号	一	二	三	总　分	统分人签字
分　数					

第 Ⅰ 卷(选择题,共 84 分)

得　分	评卷人

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 7 分,共 84 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 样本数据 10,16,20,30 的平均数为 【　】

A. 19　　B. 20

C. 21　　D. 22

2. 已知集合 $A=\{1,2,3\}$,$B=\{2,3,4,5\}$,则 $A\cap B=$ 【　】

A. $\{1,2,3,4,5\}$　　B. $\{2,4,5\}$

C. $\{1,2\}$　　D. $\{2,3\}$

3. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(4,8)$,$\boldsymbol{b}=(-1,1)$,则 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=$ 【　】

A. $(3,7)$　　B. $(5,9)$

C. $(5,7)$　　D. $(3,9)$

4. 下列函数中,在区间$(0,+\infty)$上单调递增的是 【　】

A. $y=5^{-x}$　　B. $y=\sqrt{x+5}$

C. $y=(x-5)^2$　　D. $y=\log_{\frac{1}{5}}(x+1)$

5. 双曲线$\dfrac{y^2}{4}-x^2=1$的渐近线方程为 【　】

A. $y=\pm x$　　B. $y=\pm 2x$

C. $y=\pm 3x$　　D. $y=\pm 4x$

6. 如果 $\ln x > \ln y > 0$，那么 【　】

A. $y < x < 1$

B. $x < y < 1$

C. $1 < x < y$

D. $1 < y < x$

7. 函数 $y = x^2 + 4x + 5$ 的图像的对称轴是 【　】

A. $x = -2$

B. $x = -1$

C. $x = 0$

D. $x = 1$

8. 抛物线 $y^2 = 12x$ 的焦点坐标为 【　】

A. $(0,0)$

B. $(3,0)$

C. $(-3,0)$

D. $(1,0)$

9. 不等式 $|x-1| < 7$ 的解集为 【　】

A. $\{x \mid -10 < x < 0\}$

B. $\{x \mid -8 < x < 6\}$

C. $\{x \mid -6 < x < 8\}$

D. $\{x \mid 6 < x < 9\}$

10. 已知 $x \geqslant 0, y \geqslant 0$，且 $x + y = 1$，则 $x^2 + y^2$ 的最大值是 【　】

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

11. 曲线 $y = \frac{4}{x}$ 与 $y = \ln x$ 交点的个数为 【　】

A. 3

B. 2

C. 1

D. 0

12. 已知 $\{a_n\}$ 为等比数列，若 $a_3 > a_1$，则 【　】

A. $|a_2| > |a_1|$

B. $a_4 > a_2$

C. $|a_4| > |a_1|$

D. $a_5 > a_3$

第 Ⅱ 卷（非选择题，共 66 分）

得　分	评卷人

二、填空题（本大题共 3 小题，每小题 7 分，共 21 分）

13. $\sin 60^\circ =$ ______.

14. 在等差数列$\{a_n\}$中,$a_1=-1,a_4=8$,则$a_7=$ ______________.

15. 从甲、乙、丙3名学生中随机选2人,则甲被选中的概率为______________.

得　分	评卷人

三、解答题(本大题共3小题,每小题15分,共45分.解答应写出推理、演算步骤)

16.(本小题满分15分)

记$\triangle ABC$的内角A,B,C的对边分别为$a,b,c,a=4,b=5,c=6$.

(Ⅰ)证明:$\triangle ABC$是锐角三角形;

(Ⅱ)求$\triangle ABC$的面积.

17.(本小题满分 15 分)

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$.

(Ⅰ)求 C 的离心率;

(Ⅱ)设 O 为坐标原点,点 A 在 C 上,点 $B(t,2)$,且 $OA\perp OB$,$|AB|=2\sqrt{2}$,求 t.

18.（本小题满分 15 分）

已知函数 $f(x)=3x^2+a$，$g(x)=x^3+bx$，$h(x)=f(x)+g(x)$.

（Ⅰ）若曲线 $y=f(x)$ 与 $y=g(x)$ 在它们的公共点$(1,c)$处有相同的切线，求 a,b；

（Ⅱ）若 $a=1,b=-9$，求 $h(x)$ 在区间$[-5,2]$上的最大值与最小值.

参考答案及解析

一、选择题

1.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为平均数.

【应试指导】 平均数为$\frac{10+16+20+30}{4}=19$.

2.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为集合的运算.

【应试指导】 $A\cap B=\{2,3\}$.

3.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为向量的减法.

【应试指导】 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(4-(-1),8-1)=(5,7)$.

4.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的单调性.

【应试指导】 A项，$y'=-\frac{1}{5^x}\ln 5$；B项，$y'=\frac{1}{2\sqrt{x+5}}$；C项，$y'=2(x-5)$；D项，$y'=-\frac{1}{(x+1)\ln 5}$. 在$(0,+\infty)$上，只有B项的导数恒大于0，因此只有B项在$(0,+\infty)$上单调递增.

5.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为双曲线的渐近线.

【应试指导】 此双曲线的焦点在y轴上，$a=2$，$b=1$，其渐近线方程为$y=\pm\frac{a}{b}x=\pm 2x$.

6.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为对数函数的单调性.

【应试指导】 因为$f(x)=\ln x$为增函数，所以$\ln x>\ln y>0=\ln 1\Rightarrow x>y>1$.

7.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为抛物线的对称轴方程.

【应试指导】 对称轴方程为$x=-\frac{b}{2a}=-2$.

8.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为抛物线的焦点公式.

【应试指导】 抛物线$y^2=12x=2px$，得$p=6$，所以焦点坐标为$\left(\frac{p}{2},0\right)=(3,0)$.

9.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为绝对值不等式.

【应试指导】 $|x-1|<7\Rightarrow -7<x-1<7\Rightarrow -6<x<8$，所以不等式的解集为$\{x|-6<x<8\}$.

10.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为求函数的最值.

【应试指导】 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=1-2xy\leqslant 1(x\geqslant 0,y\geqslant 0\Rightarrow 2xy\geqslant 0)$,故 x^2+y^2 的最大值为 1.

11.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为反比例函数和对数函数的图像.

【应试指导】 由反比例函数和对数函数的图像可知,两个函数仅在第一象限有一个交点.

12.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为等比数列的性质.

【应试指导】 $a_3>a_1\Rightarrow a_1q^2>a_1$,而 $q\neq 0$,故 $a_1q^2\cdot q^2>a_1\cdot q^2$,即 $a_5>a_3$.

二、填空题

13.【答案】 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数值.

【应试指导】 $\sin 60^\circ=\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

14.【答案】 17

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为等差数列.

【应试指导】 $a_4=a_1+3d$,即 $8=-1+3d$,得 $d=3$,所以 $a_7=a_1+6d=17$.

15.【答案】 $\frac{2}{3}$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为古典概型及其概率计算公式.

【应试指导】 甲被选中的概率为$\frac{C_1^1\cdot C_2^1}{C_3^2}=\frac{2}{3}$.

三、解答题

16.(Ⅰ)因为三角形三边长分别是 $a=4,b=5,c=6$,可得 $a<b<c$.

因此,三角形三个角满足 $A<B<C$,C 为最大角.

又 $\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{16+25-36}{2\times 4\times 5}=\frac{1}{8}$,

得 $\cos C>0$,而 $C\in(0,\pi)$,故 C 为锐角,

从而 A,B 均为锐角,

所以 $\triangle ABC$ 是锐角三角形.

(Ⅱ)由(Ⅰ)知 $\sin C=\sqrt{1-\cos^2 C}=\sqrt{1-\left(\frac{1}{8}\right)^2}=\frac{3\sqrt{7}}{8}$,

则由面积公式,$\triangle ABC$ 的面积

$S=\frac{1}{2}ab\sin C$

$=\frac{1}{2}\times 4\times 5\times\frac{3\sqrt{7}}{8}$

$=\frac{15\sqrt{7}}{4}$.

17.（Ⅰ）由题意知，$a=2, b=\sqrt{2}, c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{2}$，

故离心率 $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

（Ⅱ）设点 A 的坐标为(x_0, y_0)，则直线 $|AB|=\sqrt{(x_0-t)^2+(y_0-2)^2}=2\sqrt{2}$，①

在 $\mathrm{Rt}\triangle AOB$ 中，$|AB|^2=|OA|^2+|OB|^2=x_0^2+y_0^2+t^2+2^2=8$，②

点 A 在椭圆上，得$\frac{x_0^2}{4}+\frac{y_0^2}{2}=1$，③

联立 ①②③，可解得 $t=0, x_0=\pm 2, y_0=0$.

18.（Ⅰ）$f'(x)=6x, g'(x)=3x^2+b$，

由题意知，$f(1)=g(1), f'(1)=g'(1)$，

故 $3+a=1+b$，且 $6=3+b$，

解得 $b=3, a=1$.

（Ⅱ）$\because a=1, b=-9$，

$\therefore f(x)=3x^2+1, g(x)=x^3-9x$，

$\therefore h(x)=f(x)+g(x)=x^3+3x^2-9x+1$，

则 $h'(x)=3x^2+6x-9=3(x+3)(x-1)$.

令 $h'(x)=0$，得驻点 $x_1=-3, x_2=1$.

而 $h(-5)=-4, h(-3)=28, h(1)=-4, h(2)=3$，

故 $h(x)$ 在$[-5,2]$上的最大值为 28，最小值为 -4.